# Bayesian và bài toán đồng xu (fairness of coin)

# Objective

* Nắm bắt khái niệm cơ bản Bayesian-MCMC
* So sánh cách tiếp cận bài toán trên quan điểm frequentis và bayesian
* Xây dựng mô hình stan trên R cho bài toán bằng package bayvl

# Problem

Bài toán tung đồng xu là bài toán kinh điển trong xác suất thống kê. Khi tung đồng xu, ta có xác xuất đồng xu ra mặt hình người (head) hoặc ngược lại.

Nếu đồng xu là cân bằng (fair) ta có xác xuất tung được mặt head là 50%. Nếu gọi khả năng ra mặt head là θ, với đồng xu cân bằng ta sẽ có θ = 0.5

Bây giờ nếu chúng ta giả định đồng xu của chúng ta bị méo (bias coin). Khả năng khi tung ra 2 mặt head và tail không đều nhau. Như thế ta sẽ có θ của các đồng xu méo khác nhau từ θ = 0.0 đến θ = 1.0. Có thể coi giá trị θ này như mức độ cân bằng hai mặt (fairness) của đồng xu.

Nếu chúng ta có 1 túi xu, nhặt 1 đồng xu bất kỳ, ta sẽ có θ của đồng xu i là θi. Nếu gọi xác xuất chúng ta nhặt được đồng xu là p, ta sẽ có xác xuất nhặt được đồng xu cân bằng là p(θ = 0.5), hay nói cách khác, p(θ = 0.5) là khả năng nhặt được đồng xu cân bằng.

Bài toán: giả sử ta có 1 đồng xu, liệu ta có thể xác định được θ của đồng xu không? Hay nói cách khác, khi có 1 đồng xu, khả năng tung đồng xu để được mặt head là bao nhiêu?

# Solve

Để giải quyết bài toán này, chúng ta sẽ thử đi theo 2 cách tiếp cận bằng frequentis và bằng baysian.

**Thực nghiệm:**

Thu thập dữ liệu thực nghiệm được thực hiện bằng cách tung thử đồng xu, khi được mặt head ta đánh dấu 1, khi được mặt tail ta đánh dấu 0, sau n lần thực nghiệm ta sẽ được một chuỗi kết quả. Ví dụ:

Flip trial sequences = 011010000….

**Hướng tiếp cận frequentis:**

Sau n lần thực nghiệm:

θ = tổng số lần ra mặt head / n

Giả sử khi chúng ta tung 10 lần cho kết quả các lần tung liên tiếp như dưới đây (1 là mặt head, 0 là tail)



0.666

0.75

0.4

Ta có thể thấy:

* Nếu gieo thử 3 lần kết quả 101 ta có θ = 2/3 = 0.666
* Nếu gieo thử 4 lần kết quả 1011 ta có θ = 3/4 = 0.75
* ….
* Nếu gieo thử 10 lần kết quả 1011010000 ta có θ = 0.4

Như vậy mặc dù đồng xu không thay đổi, θ của đồng xu tính được lại thay đổi sau mỗi lần thực nghiệm.

Ta có thể viết 1 script ngắn trên R để mô phỏng quá trình gieo thử đồng xu có xác xuất mặt head là θ như sau:

|  |
| --- |
| theta <- 0.5 # this is a fairness of the coin  Ntrials <- 10 # number of trials  # flip the coin Ntrials times  flips <- rbinom(n = Ntrials,  size = 1,  prob = theta) |

Ta xử dụng hàm ngẫu nhiên rbinom trên R để tạo ra loạt Ntrials mẫu thử cho đồng xu với fairness theta.

Ta có thể thử thực hiện thực nghiệm này nhiều lần bằng chạy lệnh:

|  |
| --- |
| > flips <- rbinom(n = Ntrials, size = 1, prob = theta)  > flips  [1] 1 1 0 0 1 0 0 1 0 0 |

Dễ nhận thấy mặc dù giá trị theta giữ nguyên nhưng mỗi lần thực nghiệm ta lại có chuỗi kết quả khác nhau. Sử dụng lệnh length(flips[flips==1]) để lấy số lần thử ra mặt head, ta có thể tính lại giá trị θ từ thực nghiệm bằng lệnh:

|  |
| --- |
| Nheads = length(flips[flips==1])  thetaTrial = Nheads / Ntrials  thetaTrial |

Đoạn script sau đây sẽ thử gieo đồng xu 500 lần và tính lại θ của đồng xu sau mỗi lần gieo và lưu lại vào vector trialTheta

|  |
| --- |
|  |